

## ҚАХАРМАН НҮРБЕК

### АЗҒЫНДАЛҒАН ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ҮШІН ЖАЛПЫ РЕГУЛЯРЛЫ ШЕТТІК ЕСЕПТЕР

«6D060100-Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD)  
дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияға

#### АҢДАТПА

**Зерттеу тақырыбының өзектілігі.** Дербес туындылы дифференциалдық теңдеулердің қазіргі теориясында азғындалған гиперболаалық және эллиптикалық теңдеулерді, сонымен қатар аралас типті теңдеулерді зерттеу маңызды орын алады. Бұл теңдеулер класына қызығушылықтың артуы алынған нәтижелердің үлкен теориялық маңыздылығымен де, олардың газ динамикасында, гидродинамикада, электрондардың шашырауы теориясында және көптеген басқа әртүрлі салаларында қолданылуымен түсіндіріледі. Қазіргі ғылымның дамуы азғындалған теңдеулер нақты физикалық және биологиялық процестердің жақсы үлгісі болып табылатынын көрсетті. Және бұл олар үшін қазіргі уақытта көптеген математиктердің іргелі зерттеулерінің пәні болып табылатын әртүрлі шекаралық есептерді қою мен шешудің өзектілігіне әкелді.

Ф.Трикоми мен С. Геллерстедттің іргелі еңбектерінен кейін қарастырылып отырған типті дифференциалдық теңдеулерді зерттеудің маңызды нәтижелері А.В.Бицадзенің және М.М.Смирновтың белгілі монографияларында берілген.

Трикомидің негізгі шекаралық есебін және басқа да шекаралық есептерді шешу күрделі сингулярлық интегралдық теңдеулер әдістерін қолдану арқылы жүзеге асырылды. Сондықтан шешілуі оңай және оның көмегімен басқа шекаралық есептер шығарылатын қисынды шекаралық есепті табу мәселесі қойылды.

Сипаттамалық конус қамтыған облыстардағы қисынды қойылған шекаралық есептердің көпбейнелілігі стандартты аралас цилиндрлік облысқа қарағанда әлдеқайда кең, бірақ оларды тек тар кластағы теңдеулер үшін шешуге болады.

Цилиндрлік облыстағы аралас Коши есебін зерттеуде бүйірлік шекаралық шарттар әдетте Дирихле шарты түрінің локалды шекаралық шарттары немесе периодтық шекаралық шарттар болып келеді.

Т.Ш. Кәлменов пен Д. Сұрағанның жұмысында алғаш рет Ньютон (көлем) потенциалының шекаралық шарты табылды, бұл Лаплас теңдеуі үшін жаңа интегро-дифференциалды өз-өзіне түйіндес шекаралық шарт болып табылады. Осы шекаралық шартпен қойылған сипатты емес азғындалған гиперболаалық теңдеулердің үшін аралас Коши есебіннің шешімін зерттеу қызығушылық тудырады.

Коши есебі қатаң гиперболалық теңдеулер үшін қисынды қойылғаны белгілі. Ал азғындалған гиперболалық теңдеу үшін Коши есебінің қисындылығы бұзылады, яғни гиперболалық теңдеу сипаттамалық сызық бойында азғындалса немесе гиперболалық теңдеудің кіші мүшелеріндегі коэффициенттері сингуляр болса бұл гиперболалық теңдеу үшін Коши есебі қисынды болмайды. Сондықтан бастапқы шарттар салмақтық функциялармен берілген, «түрлендірілген» Коши есебін қарастыру әлде қайда табиғи болып саналады.

Бұл таңдалған зерттеу тақырыбының өзектілігі жоғарыда келтірілген осы бағыттағы зерттеулердің қарқынды дамуы және де қазіргі уақытта азғындалған дифференциалдық теңдеулер бойынша көптеген жұмыстардың Web of Science, Scopus, MathSciNet және басқа да беделді халықаралық базаларында келтірілуі дәлел бола алады.

**Диссертациялық жұмыстың мақсаты мен міндеті.** Сипатты емес азғындалған гиперболалық теңдеулер үшін аралас Коши есебінің шешімін классикалық Соболев кеңістігінде анықтау және азғындалған гиперболалық теңдеулердің аналогы болып табылатын қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін регулярлы жалпы шекаралық шарт табу.

**Диссертациялық жұмыстың мақсатына жету үшін келесі зерттеудің негізгі міндеттері** қарастырылған:

- азғындалған гиперболалық теңдеулердің аналогы болып табылатын қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін жалпы шекаралық шарт табу;
- Эйлер-Пуассон-Дарбу теңдеуі типті гиперболалық теңдеуі үшін Ньютон (көлемдік) потенциалының шеттік шартын пайдалана отырып, бастапқы шарттар салмақтық функциялармен берілген Коши есебін қарастыру;
- сипатты емес азғындалған гиперболалық теңдеулердің бір класы үшін аралас Коши есебі: 1) Сипатты емес азғындалған гиперболалық теңдеулерге бүйірлік шекаралық шартты аралас Коши есебінің  $a(t) \equiv b(t) \equiv 0$  жағдайы; 2) Коши есебінің жалпы жағдайын зерттеу.

**Зерттеу объектісі.** Ньютон потенциалының шекаралық шартын пайдалана отырып, сипатты емес азғындалған гиперболалық теңдеулер үшін аралас Коши есебін зерттеу, Эйлер-Пуассон-Дарбу теңдеуі типті гиперболалық теңдеуі үшін түрлендірілген Коши есебін зерттеу және минималды операторлардың регулярлы кеңею теориясын пайдаланып азғындалғын қарапайым дифференциалдық теңдеулер үшін жалпы регулярлы шеттік есептерді табу.

**Зерттеу әдістері.** Осы тақырып бойынша зерттеулер жүргізу үшін математика ғылымындағы жаңа идеялармен қатар қарапайым және дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер, математикалық физика теориясының әдістері пайдаланылады. Сондай-ақ, өз нәтижелеріміз негізіндегі авторлық зерттеудің жаңа әдістерін жасауды және пайдалануды ұсынамыз.

**Зерттеудің ғылыми жаңалығы.** Ньютон (көлемдік) потенциалының шеттік шартын пайдалана отырып, сипаттамалық емес азғындалған гиперболалық теңдеулердің бір класы үшін аралас Коши есебін зерттейміз. Қарастырылып отырған есептердің әртүрлі бүйірлік шеттік шарттары бар аралас Коши есебінің шешімдері салмақты кеңістіктерде алынған, ал осы тақырыпқа арналған басқа жұмыстардан айырмашылығы, бұл диссертациялық жұмыста қарастырылған аралас Коши есептерінің барлық шешімдері классикалық Соболев кеңістігінде алынады.

**Зерттеудің тәжірибиелік және теориялық маңызы.** Зерттеу тақырыбы негізінен теориялық және фундаменталды болып табылады, олардың ғылыми маңыздылығы бастапқы және шеттік есептердің қисындылық теориясының терең, заманауи нәтижелерін қолдану және зерттеу мен талдаудың жаңа өзіндік әдістерін құрумен байланысты.

**Жарияланымдар.** Диссертация тақырыбы бойынша 6 жұмыс, соның ішінде 3 жарияланым Web of Science және Scopus деректер қорлары бойынша импакт-факторы бар шетелдік журналдарда, 3 жарияланым ҚР БҒМ Білім және ғылым саласындағы бақылау комитетімен ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдарда жарияланды:

#### **Рейтингтік ғылыми журналдар**

1 Kakharman N., Kal'menov T., Mixed Cauchy problem with lateral boundary condition for noncharacteristic degenerate hyperbolic equations. *Boundary Value Problems*. 1 (2022): 1-11. (Web of Science Impact factor=1,7(Q1), Scopus SJR=0,573 (Q1), CiteScore=3,5, Scopus Percentile=92).

2 Kakharman N., Otelbaev M., Solution estimates for one class of elliptic and parabolic nonlinear equations. *Complex Variables and Elliptic Equations*. (2022): 1-10. (Web of Science Impact factor=0.765(Q3), Scopus SJR=0,454 , CiteScore=1.6; Scopus Percentile=51).

3 Kakharman N., Tulenov K. and Zhumanova L., On hyponormal and dissipative correct extensions and restrictions. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 2022, 45(16), pp. 9049–9060. (Web of Science Impact factor=3.007(Q1), Scopus SJR=0,702 (Q1), CiteScore=3,9; Scopus Percentile=91).

#### **ҚР БҒМ Білім және ғылым саласындағы бақылау комитетімен ұсынылған тізімге кіретін ғылыми басылымдар**

1 Кальменов Т.Ш., Кахарман Н. Об одной задаче Бицадзе-Самарского для уравнения Штурма-Лиувилля. *Математический Журнал*. 2018. Т18, №1. С. 88-98.

2 Kal'menov T. Sh., Kakharman N., Sadybekov M.A., About root functions of periodic Sturm-Liouville problem, *Kazakh Mathematical Journal*. 2019, V: 19:1, pp 31-38;

3 Kal'menov T.Sh., Kakharman N., On the completeness of root vectors of regular boundary value problems for one-dimensional differential operators. *Kazakh Mathematical Journal*. 2020. V.20:2. pp. 73-84.

**Диссертацияның құрылымы мен көлемі.** Диссертациялық жұмыс кіріспеден, 3 тараудан, қорытынды және әдебиеттер тізімінен тұрады.

Жұмыстың көлемі - 77 бет. Әдебиеттер саны - 55.

*Бірінші тарауда:* Кеңею және тарылу теориясының абстракты теоремасын азғындалған теңдеулердің бір өлшемді аналогтары үшін бірінші дәрежелі дифференциалдық теңдеулердің жалпы регулярлы шекаралық шартын табу үшін қолданамыз.

Әрі қарай, *екінші тарауда* екінші дәрежелі дифференциалдық теңдеулердің жалпы регулярлы шекаралық шарты туралы мәселесі зерттелді. Әлсіз азғындалған теңдеулер үшін жалпы шекаралық шарты табылды. Осы шекаралық шартпен қойылған жылпы регулярлы шеттік есепті қарастыру үшін алдымен

$$Lu = \frac{\partial}{\partial t} \left( t^\beta \frac{\partial}{\partial t} u \right) - \Delta_x u = f(x, t)$$

теңдеуі үшін Ньютон (көлем) потенциалының шекаралық шартымен қойылғын Коши есебінің есебі зерттейміз. Бұл теңдеуді Эйлер-Пуассон-Дарбу теңдеуіне келтіруге болатыны белгілі.

*Соңғы-үшінші тарау:* Ньютон (көлем) потенциалының шекаралық шартын пайдалана отырып, сипатты емес азғындалған гиперболалық теңдеулердің бір класы үшін келесі аралас Коши есебін

$$Lu = u_{tt} - k(t)\Delta_x u + b(t) \frac{\partial u}{\partial t} + a(t)u = f(x, t),$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0$$

$$N[u] \equiv -\frac{u(x,t)}{2} + \int_{\partial\Omega} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_\xi}(x, \xi) \cdot u(\xi, t) - \varepsilon(x, \xi) \cdot \frac{\partial u}{\partial n_\xi}(\xi, t) \right) d\xi = 0, \\ 0 < t < T, \quad x \in \partial\Omega,$$

зерттейміз, мұндағы  $k \in C^{1+\alpha}[0, T]$ ,  $0 < \alpha < 1$ ,  $k(t) > 0$ ,  $t > 0$ ,  $k(0) = 0$ ,  $k'(t) \geq 0$ , және  $\varepsilon(x, \xi)$  функциясы Лаплас теңдеудің іргелі шешімі.

Қарастырылып отырған есептердің шешімдері салмақтық кеңістіктерде алынатын осы тақырыпқа арналған басқа жұмыстардан айырмашылығы, бұл жұмыста қарастырылатын аралас Коши есептерінің барлық шешімдері классикалық Соболев кеңістігінде алынған.

Қорытынды бөлімде біз зерттеу барысында алынған нәтижелерін қорытындылап, әрі қарай дамыту бағытына нұсқаулықтар ұсынамыз.